

А.А. Фридман

Государственный университет Высшая школа экономики, Москва

Водосберегающая технология и эффективные тарифы¹

Построена динамическая модель распределения водных ресурсов, поступающих из двух природных источников (подземные и поверхностные воды) при наличии технологии оборотного водоснабжения с заданной пропускной мощностью. Показано, что при сдерживающем ограничении на интенсивность использования технологии возможен временный отказ от забора воды из природного источника с последующим возвратом к нему в будущем. Показано, что эффективная траектория водопотребления может быть децентрализована при соответствующем выборе тарифов. Проведено сравнение эффективных тарифов для двух потребителей, различающихся лишь наличием технологии оборотного водоснабжения.

Ключевые слова: **истощаемые ресурсы, оборотное водоснабжение, децентрализация.**

Классификация JEL: Q25, Q31, Q53, C61.

1. Введение

Для удовлетворения потребностей в воде экономические агенты используют различные природные источники водных ресурсов. В частности, в РФ около 80%² воды забирается из поверхностных источников, а оставшийся спрос удовлетворяется за счет подземных (12%) и морских (7%) вод. Основным потребителем воды является промышленность, на долю которой приходится 65% используемой воды³.

Как видно из табл. 1, **промышленные предприятия комбинируют несколько способов водоснабжения, применяя наряду с водозабором из различных природных источников технологию оборотного водоснабжения.** Интенсивность использования этих технологий существенно варьируется от отрасли к отрасли, но в среднем технология повторной переработки воды дает промышленности РФ около 80% экономии.

Технология оборотного водоснабжения позволяет забранную из природного источника воду после отработки вновь направить в производственный процесс. Таким образом, в определенном смысле вода из природного источника служит потребителю товаром длительного пользования с той лишь разницей, что ее последующее потребление сопряжено с определенными дополнительными издержками.

Согласно модели эксплуатации истощаемого ресурса длительного пользования, предложенной в (Levhari, Pindyck, 1981), для таких ресурсов следует проводить различие между издержками потребителя и ценой единицы запаса. Традиционное правило Хотеллинга в этой

¹ Автор благодарен участникам семинара «Математическая экономика» под руководством В.М. Полтеровича и В.И. Данилова, во время выступления на котором и возник вопрос о том, как возможность повторного использования воды отразится на эффективных тарифах.

² Государственный доклад, 2009, с. 169.

³ Государственный доклад, 2009, табл. 3.40 на с. 227.

А.А. Фридман

Государственный университет Высшая школа экономики, Москва

Водосберегающая технология и эффективные тарифы¹

Построена динамическая модель распределения водных ресурсов, поступающих из двух природных источников (подземные и поверхностные воды) при наличии технологии оборотного водоснабжения с заданной пропускной мощностью. Показано, что при сдерживающем ограничении на интенсивность использования технологии возможен временный отказ от забора воды из природного источника с последующим возвратом к нему в будущем. Показано, что эффективная траектория водопотребления может быть децентрализована при соответствующем выборе тарифов. Проведено сравнение эффективных тарифов для двух потребителей, различающихся лишь наличием технологии оборотного водоснабжения.

Ключевые слова: **истощаемые ресурсы, оборотное водоснабжение, децентрализация.**

Классификация JEL: Q25, Q31, Q53, C61.

1. Введение

Для удовлетворения потребностей в воде экономические агенты используют различные природные источники водных ресурсов. В частности, в РФ около 80%² воды забирается из поверхностных источников, а оставшийся спрос удовлетворяется за счет подземных (12%) и морских (7%) вод. Основным потребителем воды является промышленность, на долю которой приходится 65% используемой воды³.

Как видно из табл. 1, **промышленные предприятия комбинируют** несколько способов водоснабжения, применяя наряду с водозабором из различных природных источников технологию оборотного водоснабжения. Интенсивность использования этих технологий существенно варьируется от отрасли к отрасли, но в среднем технология повторной переработки воды дает промышленности РФ около 80% экономии.

Технология оборотного водоснабжения позволяет забранную из природного источника воду после отработки вновь направить в производственный процесс. Таким образом, в определенном смысле вода из природного источника служит потребителю товаром длительного пользования с той лишь разницей, что ее последующее потребление сопряжено с определенными дополнительными издержками.

Согласно модели эксплуатации истощаемого ресурса длительного пользования, предложенной в (Levhari, Pindyck, 1981), для таких ресурсов следует проводить различие между издержками потребителя и ценой единицы запаса. Традиционное правило Хотеллинга в этой

¹ Автор благодарен участникам семинара «Математическая экономика» под руководством В.М. Полтеровича и В.И. Данилова, во время выступления на котором и возник вопрос о том, как возможность повторного использования воды отразится на эффективных тарифах.

² Государственный доклад, 2009, с. 169.

³ Государственный доклад, 2009, табл. 3.40 на с. 227.

Таблица 1

Источники воды и экономия воды
за счет оборотного водоснабжения по отраслям РФ в 2008 г.

Вид производственной деятельности	Забор пресной воды		Экономия свежей воды ⁴ , %
	из поверхностных источников, %	из подземных источников, %	
Производство и распределение электроэнергии, газа и воды	86	14	72
Сельское хозяйство, охота и лесное хозяйство	96	4	78
Обрабатывающие производства	86	14	91
Добыча полезных ископаемых	23	77	94
Рыболовство и рыбоводство	97	3	64
Строительство	50
Транспорт и связь	92	8	58
Предоставление прочих коммунальных, социальных и персональных услуг	84	16	20
Итого по России	86	14	79

Источник: Государственный доклад, 2008, табл. 3.1, 3.2, с. 170–172.

модели справедливо лишь применительно к динамике цены запаса ресурса, а не потока. Однако полученные в работе результаты нельзя непосредственно распространить на технологию оборотного водоснабжения, так как для повторного применения в процессе производства вода нуждается в некоторой обработке, т.е. мы должны также принимать во внимание издержки, связанные с применением технологии оборотного водоснабжения.

Попытки рассмотреть влияние переработки вторичного сырья на траекторию добычи истощаемых ресурсов предпринимались в ряде исследований. Например, в (Noel, 1978) анализировалась зависимость между производством неистощаемого ресурса-замениителя и добычей истощаемого ресурса с учетом различного влияния этих процессов на загрязнение окружающей среды. Однако в этой работе не вводилось зависимости между объемом доступного для переработки вторсырья и ранее извлеченного ресурса, а, напротив, предполагалось, что объем доступного для переработки вторсырья неограниченно велик.

В работе (Ding, Song, 2006) была построена модель, где в явном виде предполагается связь между объемом добытого и доступного для последующей переработки ресурса. Однако объем перерабатываемого ресурса не является переменной выбора в модели, а задается экзогенно как фиксированная доля добычи. Кроме того, авторы рассматрива-

⁴ Экономия воды рассчитывается как отношение объемов оборотного и повторно-последовательного водоснабжения к валовому производственному водопотреблению

ли ситуацию, где предельные издержки добычи и переработки равны нулю, а спрос обладает постоянной ценовой эластичностью, что существенно снижает общность полученных результатов.

В данной работе мы рассмотрим, как следует учитывать технологии оборотного водоснабжения при формировании тарифов на воду. Актуальность этого вопроса объясняется тем фактом, что даже в развитых странах, как правило, нет рынка воды, а потому не действуют рыночные механизмы ценообразования на водные ресурсы. Неэффективность тарифов приводит к нерациональному использованию водных ресурсов, что может спровоцировать водный кризис⁵.

Существует множество теоретических исследований, посвященных вопросам ценообразования на водные ресурсы. В них рассматривались следующие вопросы: должны ли тарифы базироваться на средних или предельных издержках водоснабжения (Riordan, 1971; Brill, Hochman, Zilberman, 1997); как следует учитывать сезонные колебания спроса и предложения воды (Zarnikau, 1994; Schuck, Green, 2002); каковы оптимальные тарифы при асимметрии информации относительно типов потребителей воды (Elnaboulsi, 2009); как учитывать эффект истощения водных ресурсов (Moncur, Pollock, 1988); как должны зависеть тарифы от пространственной дифференциации водопотребителей (Chakravorty, Umetsu, 2003).

В работе (Фридман, 2009) показано, что для разных потребителей рентная компонента эффективных тарифов варьируется в соответствии с коэффициентом безвозвратного водопотребления. Расчеты базировались на предположении о том, что отработанные и неутилизированные в процессе потребления воды поступают обратно в природный источник. Однако технология оборотного водоснабжения подразумевает отсутствие возвратного потока воды, что влечет за собой несколько изменений применительно к компонентам эффективного тарифа. Забранная из природного источника вода позволяет получить не только мгновенную выгоду от водопотребления, но и имеет остаточную ценность (неутилизированная вода может быть повторно задействована после соответствующей обработки). Однако в силу отсутствия возвратных потоков нет необходимости в расходах на очистку сбрасываемых (неутилизированных в процессе потребления) вод до нормативного уровня. Поскольку в России большая часть воды потребляется именно промышленными предприятиями, причем эти предприятия применяют как природные воды, так и технологию оборотного водоснабжения, то вопрос о формировании эффективных тарифов с учетом особенностей, возникающих при применении технологии оборотного водоснабжения, представляется весьма актуальным.

В разд. 2 приведена формальная модель, описывающая эффективное использование воды из двух природных источников (подземных вод с заданным, но пополняемым запасом, и поверхностных вод) при наличии технологии оборотного водоснабжения с заданным

⁵ Подробнее проблемы, возникающие при неэффективном использовании водных ресурсов, и роль водных ресурсов как стратегического фактора развития экономики обсуждаются в работе (Данилов-Данильян, 2009).

ограничением на пропускную способность. В разд. 3 анализируются характеристики траектории эффективного водопотребления в зависимости от размера пропускной способности технологии оборотного водоснабжения для двух ситуаций. В разд. 4 рассматривается вопрос о возможности децентрализации эффективного решения, а затем проводится сравнение эффективных тарифов при наличии и отсутствии водосберегающей технологии.

2. Модель с технологией оборотного водоснабжения

Рассмотрим регион, где в качестве источника пригодной для потребления воды⁶ могут выступать подземные воды, запас которых ограничен, поверхностные воды с детерминированным объемом годового стока (достаточным для удовлетворения текущего спроса)⁷. Агент может использовать технологию оборотного водоснабжения с фиксированной мощностью.

Запас подземных вод ограничен и в начальный момент равен S_0 . В каждый момент времени имеет место детерминированное пополнение запаса на величину \bar{g} . Обозначив водозабор из подземных источников в момент t через g_t , получим уравнение динамики этого запаса: $\dot{S}_t = \bar{g} - g_t$. Поскольку запас в каждый момент времени должен быть неотрицателен, то при полном истощении запаса водозабор из подземных источников ограничен уровнем их естественного пополнения. Заметим, что не вся забранная вода утилизируется в процессе потребления, но при наличии технологии оборотного водоснабжения оставшаяся вода не поступает обратно в источник, а после соответствующей обработки вновь поступает в производство.

Введем в модель технологию оборотного водоснабжения. Наибольшее распространение эти технологии получили в отраслях, где вода служит охладителем, причем это направление использования воды является преобладающим для систем оборотного водоснабжения, а потому именно это направление рассматривается как модельное в данной работе⁸. По всей видимости, широкое распространение технологий оборотного водоснабжения при закачке воды для охлаждения оборудования связано с невысокими предельными издержками технологии оборотного водоснабжения, поскольку в этом случае львиная доля издержек формируется из расходов на охлаждение отработанной воды. Охлаждение может осуществляться:

1) в специально создаваемых резервуарах (прудах, бассейнах и т.д., где вода накапливается, остывает, а затем используется по мере необходимости, в этом случае следует учитывать ограничение по мощности соответствующих водохранилищ);

⁶ В работе не моделируется дифференциация потребителей. В качестве прототипа потребителя можно рассматривать промышленность или ЖКХ, где существуют довольно высокие требования к качеству воды (в отличие от воды, применяемой при орошении).

⁷ В данной модели поверхностные воды выступают как неисhaustаемый ресурс-заменитель. Однако в действительности поверхностные воды крайне неравномерно распределены между регионами, а потому в качестве дорогого, но неисhaustаемого источника воды может также выступать импорт воды из соседнего региона или применение технологии опреснения морской воды.

⁸ Согласно (Пономаренко, Арефьев, 1998, с. 9) 65% воды в системах оборотного водоснабжения используется для охлаждения технологического оборудования.

2) без накопителей (например, с помощью градирен или радиаторов, тогда решающее значение имеет пропускная мощность охлаждающих устройств);

3) комбинация двух методов охлаждения⁹.

Если утилизируется лишь доля воды $\alpha \in (0, 1)$, то при наличии системы оборотного водоснабжения оставшаяся часть $(1 - \alpha)$ доступна для повторного применения после соответствующей обработки, которая сопряжена с предельными издержками c_z . Будем предполагать, что фирма может использовать прошедшие обработку сточные воды сразу же или хранить их в резервуаре и задействовать в производстве спустя некоторое время. При этом существует ограничение на пропускную способность технологии обработки сточных вод \bar{z} . Обозначив через z_t объем воды, проходящий через систему оборотного водоснабжения в момент t , получим следующее уравнение динамики запаса отработанных вод¹⁰: $\dot{Z}_t = (1 - \alpha)(g_t + l_t + z_t) - z_t$. Данное уравнение динамики предполагает, что нет необходимости мгновенно потреблять образовавшийся запас отработанной воды, т.е. эта вода может накапливаться в некоем резервуаре. В качестве таких резервуаров могут служить естественные или искусственно создаваемые пруды или бассейны. Поскольку объем этих водоемов ограничен, то запас воды не может превосходить мощности хранения для данного водоема. Мы не будем вводить это ограничение в явном виде, предполагая, что объем этих резервуаров достаточно велик и соответствующее ограничение не является сдерживающим. Данная предпосылка вполне разумна, если технология оборотного водоснабжения представляет самый дешевый источник воды из имеющихся.

Система оборотного водоснабжения сопряжена с довольно большими издержками на установку, но при этом предельные издержки могут быть весьма невелики, поскольку транспортные издержки в данном случае отсутствуют, и в случае, когда рассматриваемый технологический процесс потребления характеризуется невысоким уровнем загрязнения (что, к примеру справедливо при использовании воды в качестве охладителя), затраты оказываются невысокими. Заметим, что эти затраты все же отличны от нуля. Во-первых, отработанная вода может загрязняться в процессе охлаждения в водоемах механическими примесями. Во-вторых, при транспортировке по трубопроводам и контакте с теплообменным оборудованием в оборотной воде могут появляться продукты коррозии, что снижает эффективность процесса охлаждения¹¹. Предварительная очистка и обработка отработанной воды, которая закачивается при оборотном водоснабжении, позволяет решить эти проблемы.

⁹ Подробнее используемые в промышленности методы охлаждения воды описаны в работе (Пономаренко, Арефьев, 1998).

¹⁰ В действительности запас отработанных вод со временем может снижаться (например, в силу испарения воды при охлаждении). Однако в данной модели предполагается, что эти потери малы и ими можно пренебречь (например, потери воды при использовании башенной градирни с водоуловительными устройствами составляют менее 0,05% (Пономаренко, Арефьев, 1998, табл. 2.8, с. 58).

¹¹ См. (Иванов, 2008, с. 82).

Итак, если обратное водоснабжение соответствует самому дешевому ресурсу, то этот ресурс всегда будет выбираться в первую очередь. С учетом отсутствия первоначального запаса отработанных вод это означает, что данный ресурс не будет накапливаться. В этом случае мощности хранения не будут задействованы вовсе. Однако при наличии ограничения на пропускную способность технологии обратного водоснабжения, если в какой-то момент интенсивность эксплуатации технологии достигнет предела мощности, часть отработанной воды все же поступит в резервуар на хранение. При этом, если пропускная способность не слишком мала (а именно этот случай рассматривается в статье), то, как будет показано в разд. 4, накопление отработанной воды является временным: в стационарном состоянии резервуар использоваться не будет. В силу этих соображений мы не будем вводить ограничение на мощность резервуара в явном виде.

Обозначим через l_t объем водозабора из поверхностных источников в момент t , а через c_t – предельные издержки; $c_t = \text{const}$. В модели предполагается, что объем речного стока достаточно велик для удовлетворения потребностей региона, а потому не будем вводить ограничение на объем стока, т.е. в данном случае поверхностные воды выступают в роли неистощаемого ресурса-заменителя.

Пусть предельные издержки водоснабжения для каждого источника постоянны, и имеет место следующее соотношение $c_z < c_g < c_l$, где нижний индекс указывает на тип источника водоснабжения. Прокомментируем введенные предпосылки относительно соотношений между предельными издержками различных природных источников. Как правило, подземные воды требуют меньших расходов на очистку воды по сравнению с поверхностными, что и порождает более низкие предельные издержки¹², причем это соотношение может иметь место не только применительно к водам питьевого назначения, но для воды, используемой в промышленности. Обычно поверхностные воды характеризуются более высоким загрязнением механическими примесями, нефтепродуктами, металлами, а также имеют более высокий уровень микробиологического и радиологического загрязнения. В результате даже в том случае, когда вода в промышленности используется в качестве транспортирующей среды или охладителя, появляются значительные расходы на очистку. Например, при отсутствии очистки от биологических загрязнений возникающие в трубах наросты биомассы существенно снижают теплопроводность и требуют периодической остановки процесса для очистки. Предварительная очистка воды в этом случае позволяет избежать остановки производства.

Введенное выше соотношение предельных издержек может иметь место и при одинаковом качестве вод, если запасы подземных вод располагаются ближе к потребителям, в то время как поверхностные воды требуют транспортировки¹³.

¹² К примеру, как отмечается в (Campbell, 1999, p. 267), издержки для поверхностного водоснабжения в несколько раз выше, чем для подземных вод.

¹³ Транспортировка помимо капитальных затрат влечет потери воды, которые пропорциональны объему водопотребления, что повышает предельные издержки водоснабжения. В России в среднем потери при транспортировке составляют 10% объема воды, забранной из природного источника (Государственный доклад, 2008, табл. 3.1, с. 171).

Естественно, что в отдельных случаях возможно и обратное соотношение между предельными издержками поверхностных и подземных вод, например при очень высокой минерализации подземных вод или при их аварийном загрязнении, но эти ситуации в данной статье не рассматриваются.

Заметим, что в силу наименьших предельных издержек обратное водоснабжение является наиболее предпочтительным источником воды, а потому при отсутствии ограничения на интенсивность применения этой технологии эффективность требует непрерывного использования отработанных вод. В принципе, в этом случае не нужны мощности для хранения отработанной воды. Однако при наличии ограничения на пропускную способность технологии может потребоваться снижение отбора отработанной воды, и в этом случае возникает потребность в хранении воды. В работе не вводится в явном виде ограничение на объем водохранилища, так как неявно предполагается, что мощности имеющихся резервуаров достаточно для хранения образующегося запаса отработанной воды.

Таким образом, совокупное водопотребление x_t в момент t составит $x_t \equiv g_t + l_t + z_t$, что приносит выгоду, равную $u(x_t)$, причем предполагается, что $u'_t > 0$ и $u''_t < 0$. Поскольку вода является необходимым ресурсом, пусть $u'(x) \rightarrow \infty$ при $x \rightarrow 0$. Обозначив норму дисконтирования через r , получим следующую задачу максимизации совокупной приведенной стоимости общественного благосостояния для определения оптимальных траекторий водоснабжения и водопотребления:

$$\max_{l_t, g_t, z_t, \geq 0} \int_0^{\infty} (u(g_t + l_t + z_t) - c_g g_t - c_l l_t - c_z z_t) e^{-rt} dt,$$

$$\dot{S}_t = \bar{g} - g_t,$$

$$\dot{Z}_t = (1 - \alpha)(g_t + l_t + z_t) - z_t,$$

$$\bar{z} \geq z_t \geq 0,$$

$$Z_t \geq 0, \quad Z_0 = 0,$$

$$S_t \geq 0, \quad S_0 - \text{задано}.$$

Обозначим через λ_t и μ_t сопряженные функции, отражающие теневую оценку запаса подземных и отработанных вод соответственно, и запишем гамильтониан в терминах приведенной стоимости:

$$H_t = (u(g_t + l_t + z_t) - c_g g_t - c_l l_t - c_z z_t) e^{-rt} + \lambda_t (\bar{g} - g_t) + \mu_t ((1 - \alpha)(g_t + l_t) - \alpha z_t).$$

Дифференцируя, получим следующие условия Куна–Таккера:

$$u'(x_t) \begin{cases} \leq c_g + (\lambda_t - \mu_t (1 - \alpha)) e^{rt}, & \text{если } g_t \leq 0, \\ = c_g + (\lambda_t - \mu_t (1 - \alpha)) e^{rt}, & \text{если } g_t > 0, \end{cases} \quad (1)$$

$$u'(x_t) \begin{cases} \leq c_l - \mu_t (1 - \alpha) e^{rt} & \text{если } l_t \leq 0, \\ = c_l - \mu_t (1 - \alpha) e^{rt}, & \text{если } l_t > 0, \end{cases} \quad (2)$$

$$u'(x_t) \begin{cases} \leq c_z + \alpha \phi_t e'' , & \text{если } z_t = 0, \\ = c_z + \alpha \phi_t e'' , & \text{если } \bar{z} > z_t > 0, \\ \geq c_z + \alpha \phi_t e'' , & \text{если } z_t = \bar{z}, \end{cases} \quad (3)$$

$$\dot{\lambda}_t \begin{cases} = 0, & \text{если } S_t > 0, \\ \leq 0, & \text{если } S_t = 0, \end{cases} \quad (4)$$

$$\dot{\phi}_t \begin{cases} \leq 0, & \text{если } Z_t \leq 0, \\ = 0, & \text{если } Z_t > 0. \end{cases} \quad (5)$$

Условия трансверсальности примут вид:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \lambda_t S_t = 0, \quad (6)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \phi_t Z_t = 0. \quad (7)$$

Далее будем считать, что пополняемый запас (даже с учетом технологии оборотного водоснабжения) мал для удовлетворения спроса, т.е. $u'(\bar{g}/\alpha) > c_l$.

Заметим, что $x_t > 0$ для любого t , так как по условию $u'(0) > c_g$.

Начнем анализ с условий трансверсальности и покажем, что запас подземных вод на эффективной траектории будет исчерпан полностью.

Утверждение 1. Пусть $u'(\bar{g}/\alpha) > c_l$, тогда запас подземных вод будет исчерпан полностью, т.е. $\lim_{t \rightarrow \infty} S_t = 0$.

Доказательство. От противного: пусть $\lim_{t \rightarrow \infty} S_t \neq 0$, тогда $S_t > 0$. Откуда в соответствии с условием (4) находим, что $\lambda_t = \lambda$. Тогда согласно условию трансверсальности (6) заключаем, что $\lambda = 0$.

Из условия (1) имеем: $u'(x_t) \leq c_g < c_l$. В силу (2) это означает, что $l_t = 0$, т.е. потребности удовлетворяются лишь за счет подземных вод и технологии оборотного водоснабжения.

Кроме того, поскольку $u'(x_t) < c_g < c_l$, то $x_t > \bar{g}/\alpha$. Это указывает на то, что спрос не может быть удовлетворен за счет пополнения подземных вод и их повторного использования, т.е. запас будет исчерпан полностью. ■

Если в экономике имеются два идентичных ресурса, которые различаются предельными издержками, то в соответствии с принципом Герфиндаля эти ресурсы должны поступать в производство последовательно, начиная с более дешевого. Однако особенность нашей модели состоит в том, что применение более дешевой технологии оборотного водоснабжения возможно только при образовании запаса отработанных вод, который первоначально в экономике отсутствует. Как будет показано далее, эта особенность позволяет одновременно задействовать в производстве дорогой ресурс из природного источника и технологию оборотного водоснабжения.

Покажем, что в случае большой пропускной способности технологии оборотного водоснабжения в каждый момент времени будут использоваться подземные воды и только в той ситуации, когда в течение некоторого периода технология оборотного водоснабжения работает на полную мощность, потребности в водопотреблении могут удовлетворяться без привлечения подземных вод.

Утверждение 2.

1. Если $z_t < \bar{z}$ для всех $t \in [t_1, t_2]$, то в каждый момент времени из этого интервала водозабор из подземных источников положителен.

2. Если $z_t = \bar{z}$ для всех $t \in [t_1, t_2]$, то либо $x_t = \bar{z}$, либо $g_t > 0$.

Доказательство.

1. От противного: пусть на некотором интервале $[t, \bar{t})$ подземные воды не участвуют в обороте, т.е. $g_t = 0$. Поскольку в каждый момент времени запас подземных вод пополняется, то на рассматриваемом интервале $S_t > 0$. Однако согласно утверждению 1 запас подземных вод должен быть истощен. Это означает, что существует момент \bar{t} такой, что $g_{\bar{t}} > 0$; откуда в силу условия (1) получим: $u'(x_{\bar{t}}) = c_g + \lambda_{\bar{t}} e^{r\bar{t}} - (1-\alpha)\phi_{\bar{t}} e^{r\bar{t}}$.

Поскольку $g_t = 0$, а водопотребление должно быть положительно в каждый момент времени, то либо $l_t > 0$, либо $z_t > 0$.

Начнем анализ со случая $l_t > 0$. Согласно условиям (1) и (2) имеем

$$u'(x_t) = c_l - \phi_t(1-\alpha)e^{rt} \leq c_g + \lambda_t e^{rt} - (1-\alpha)\phi_t e^{rt},$$

откуда $c_l - c_g \leq \lambda_t e^{rt}$. С другой стороны,

$$u'(x_{t_1}) = c_g + \lambda_{t_1} e^{rt_1} - (1-\alpha)\phi_{t_1} e^{rt_1} \leq c_l - (1-\alpha)\phi_{t_1} e^{rt_1}, \text{ откуда } c_l - c_g \geq \lambda_{t_1} e^{rt_1}.$$

Таким образом, заключаем, что $\lambda_t e^{rt} \geq \lambda_{t_1} e^{rt_1}$, а это возможно лишь при $\lambda_t > \lambda_{t_1}$. Согласно условию (4) последнее неравенство возможно лишь при истощении запаса подземных вод, так как в противном случае их оценка не меняется со временем. Однако на рассматриваемом интервале запас подземных вод положителен, так как водозабор равен нулю, а при этом в каждый момент времени происходит естественное пополнение на величину \bar{g} . Таким образом, приходим к противоречию.

Теперь обратимся к случаю $z_t > 0$. Согласно условиям (1) и (3) имеем $u'(x_t) = c_z + \alpha\phi_t e^{rt} \leq c_g + \lambda_t e^{rt} - (1-\alpha)\phi_t e^{rt}$, откуда $c_z - c_g \leq (\lambda_t - \phi_t) e^{rt}$.

С другой стороны, $u'(x_{t_1}) = c_g + \lambda_{t_1} e^{rt_1} - (1-\alpha)\phi_{t_1} e^{rt_1} \leq c_z + \alpha\phi_{t_1} e^{rt_1}$, откуда $c_z - c_g \geq (\lambda_{t_1} - \phi_{t_1}) e^{rt_1}$. Таким образом, заключаем, что $(\lambda_t - \phi_t) e^{rt} \geq (\lambda_{t_1} - \phi_{t_1}) e^{rt_1}$ и, следовательно, $\lambda_t - \phi_t > \lambda_{t_1} - \phi_{t_1}$. Поскольку на рассматриваемом интервале запас подземных вод положителен, то $\lambda_t = \lambda_{t_1} = \lambda$, что влечет $\phi_t < \phi_{t_1}$, а это противоречит условию (5).

2. Докажем от противного: пусть на некотором интервале $[t, \bar{t})$ подземные воды не используются и при этом $x_t \neq \bar{z}$. Это означает, что $x_t > z_t$ и, следовательно, $l_t > 0$. Тогда из (1) и (2) находим, что $c_l - c_g \leq \lambda_t e^{rt}$. Так как запас подземных вод пополняется, то на этом интервале $S_t > 0$, что означает постоянство λ .

Так как в силу утверждения 1 запас подземных вод должен быть истощен, то существует момент \bar{t} такой, что $g_{\bar{t}} > 0$, откуда в силу (1) имеем $u'(x_{\bar{t}}) = c_g + \lambda e^{r\bar{t}} - (1-\alpha)\phi_{\bar{t}} e^{r\bar{t}}$. С другой стороны, $u'(x_{t_1}) = c_g + \lambda e^{rt_1} - (1-\alpha)\phi_{t_1} e^{rt_1} \leq c_l - (1-\alpha)\phi_{t_1} e^{rt_1}$, откуда $c_l - c_g \geq \lambda e^{rt_1} > \lambda e^{r\bar{t}} \geq c_l - c_g$, что невозможно. ■

Теперь убедимся в том, что в каждый момент времени используется технология оборотного водоснабжения.

Утверждение 3. Пусть $u'(\bar{g}/\alpha) > c_l$. Тогда $z_t > 0$ для любого временного интервала.

Доказательство. От противного: пусть на некотором интервале $[t_0, t_1)$ технология не используется, т.е. $z_t = 0$. Поскольку $x_t > 0$ для любого t , то $Z_t > 0$ для всех $t \in (t_0, t_1)$. Поскольку $Z_t > 0$, то согласно (5) $\dot{\phi}_t = 0$. Кроме того, $\dot{\lambda}_t \leq 0$.

Если ресурс отработанных вод будет полностью истощен (т.е. $\lim_{t \rightarrow \infty} Z_t = 0$), то в будущем существует момент, когда $z > 0$. Будем считать, что это момент t_1 , тогда $u'(x_{t_1}) \geq c_z + \alpha\phi_{t_1} e^{rt_1}$ и $u'(x_{t_1}) = c_g + (\lambda_{t_1} - \phi_{t_1}(1-\alpha))e^{rt_1}$, откуда $c_g - c_z \geq (\phi_{t_1} - \lambda_{t_1})e^{rt_1}$, $(\phi_{t_1} - \lambda_{t_1})e^{rt_1} \leq (\phi_t - \lambda_t)e^{rt}$. Поскольку $e^{rt_1} > e^{rt}$, то $(\phi_{t_1} - \lambda_{t_1}) < (\phi_t - \lambda_t)$ или $(\phi_{t_1} - \phi_t) < (\lambda_{t_1} - \lambda_t) \leq 0$, что противоречит условию постоянства ϕ .

Если ресурс не будет истощен, то согласно условию transversальности его оценка должна быть равна нулю, что с учетом постоянства оценки в силу (5) влечет $\phi_t = 0$ для всех t . Поскольку $x_t > 0$ для любого t , то либо $g_t > 0$, либо $l_t > 0$. В первом случае условие (1) приводит к неравенству $u'(x_{t_1}) = c_g + \lambda_{t_1} e^{rt} > c_z$, что противоречит условию (3) при $z_t = 0$. Если $l_t > 0$, то из (2) следует, что $u'(x_{t_1}) = c_l > c_z$, что также противоречит условию (3). ■

Покажем, что при положительном запасе подземных вод поверхностные воды использоваться не будут, так как являются более дорогим ресурсом.

Утверждение 4. Пусть $u'(\bar{g}/\alpha) > c_l$. Если $S_t > 0$, то $l_t = 0$.

Доказательство. От противного: пусть на некотором интервале $l_t > 0$, тогда согласно (2) имеем $u'(x_t) = c_l - \phi_t(1-\alpha)e^{rt}$.

Заметим, что эта гипотеза не совместима со случаем, когда $z_t = \bar{z}$ и $x_t = \bar{z}$, а потому далее будем считать, что либо $z_t < \bar{z}$, либо

$z_t = \bar{z}$, но $x_t \neq \bar{z}$. Тогда $g_t > 0$ в силу утверждения 3 и согласно (1) имеем $u'(x_t) = c_g + (\lambda_t - \phi_t(1 - \alpha))e^{rt}$, откуда $\lambda_t = (c_t - c_g)e^{-rt}$.

Если $S_t > 0$, то в силу условия (4) λ является константой, что противоречит полученному выше уравнению. Таким образом, пока запас подземных вод не истощен, агент не будет одновременно использовать подземные и поверхностные воды. ■

Покажем, что при высокой пропускной способности технологии оборотного водоснабжения отработанные воды не будут накапливаться, а будут после соответствующей обработки вновь поступать на производство. Если в течение некоторого временного интервала запас отработанных вод оказывается положительным, это означает, что на данном интервале пропускная способность технологии оборотного водоснабжения оказывается сдерживающим ограничением.

Утверждение 5. Пусть $u'(\bar{g}/\alpha) > c_l$.

1. Если $z_t < \bar{z}$ для всех $t \in [t_1, t_2]$, то $Z_t = 0$, $z_t = (1 - \alpha)(g_t + l_t)/\alpha$ и $u'(x_t) = \alpha c_g + (1 - \alpha)c_z + \alpha \lambda_t e^{rt}$ для всех $t \in [t_1, t_2]$.

2. Если $Z_t > 0$ для всех $t \in [t_1, t_2]$, то $z_t = \bar{z}$ для всех $t \in [t_1, t_2]$.

3. Если $z_t = \bar{z}$ для всех $t \in [t_1, t_2]$ и $S_t > 0$, то $Z_t > 0$ для всех $t \in (t_1, t_2)$.

Доказательство.

1. Поскольку при $z_t < \bar{z}$ согласно утверждению 2 имеем $g_t > 0$, а в соответствии с (5) $z_t > 0$. Тогда условия (1) и (3) должны выполняться как равенства. Отсюда заключаем, что $c_g - c_z = (\phi_t - \lambda_t)e^{rt}$. Дифференцируя по времени, находим $(\dot{\phi}_t - \dot{\lambda}_t)e^{rt} = -r(\phi_t - \lambda_t)e^{rt} = -r(c_g - c_z) < 0$, что влечет $\dot{\phi}_t < \dot{\lambda}_t \leq 0$. Полученное неравенство в силу (5) означает, что $Z_t = 0$ для всех t из заданного интервала.

Таким образом, $\dot{Z}_t = 0$ для всех t , что в силу условия динамики запаса отработанных вод можно записать как $z_t = (1 - \alpha)(g_t + l_t)/\alpha$.

Поскольку согласно утверждению 2 $g_t > 0$, то в силу (1) имеем $u'(x_t) = c_g + (\lambda_t - \phi_t(1 - \alpha))e^{rt}$. Кроме того, при $0 < z_t < \bar{z}$ условие (3) примет вид $u'(x_t) = c_z + \alpha \phi_t e^{rt}$. После преобразований находим, что $c_g - c_z = (\phi_t - \lambda_t)e^{rt}$ и $u'(x_t) = \alpha c_g + (1 - \alpha)c_z + \alpha \lambda_t e^{rt}$.

2. От противного: пусть существует промежуток времени $[t, \bar{t}] \subset [t_1, t_2]$ такой, что $z_t < \bar{z}$ для всех $t \in [t, \bar{t}]$. Тогда согласно утверждению 2 имеем $g_t > 0$ для всех $t \in [t, \bar{t}]$. Поскольку $Z_t > 0$, то $\phi_t = \phi$. В результате из условия (1) вытекает, что $u'(x_t) = c_g + (\lambda_t - \phi_t(1 - \alpha))e^{rt}$. Кроме того, согласно утверждению 3 $z_t > 0$ и в силу предположения $z_t < \bar{z}$, что в соответствии с (3) влечет $u'(x_t) = c_z + \alpha \phi e^{rt}$, $c_g - c_z = (\phi - \lambda_t)e^{rt}$. Дифференцируя по t , получим $\dot{\lambda}_t e^{rt} = r(\phi - \lambda_t)e^{rt} = r(c_g - c_z) > 0$, откуда следует, что $\dot{\lambda}_t > 0$, но это противоречит условию (4).

3. От противного: пусть существует промежуток времени $[t, \bar{t}] \subset (t_1, t_2)$ такой, что $Z_t = 0$ для всех $t \in [t, \bar{t}]$. Тогда $\dot{Z}_t = 0$, откуда заключаем, что $z_t = (1 - \alpha)x_t = \bar{z}$, т.е. $x_t = \bar{z} / (1 - \alpha) > \bar{z}$. Тогда согласно утверждению 2 $g_t > 0$, что в силу (1) и (3) позволяет записать:

$$u'(\bar{z} / (1 - \alpha)) = c_g + (\lambda_t - (1 - \alpha)\phi_t)e^{rt}.$$

Дифференцируя по времени, находим $r(\lambda_t - (1 - \alpha)\phi_t) = -(\dot{\lambda}_t - (1 - \alpha)\dot{\phi}_t) > 0$. Поскольку $\dot{\phi}_t \leq 0$, то $\dot{\lambda}_t < 0$, что возможно лишь при истощении запаса подземных вод, но это противоречит условию. ■

3. Случай высокой пропускной способности технологии оборотного водоснабжения

Начнем анализ со случая, когда пропускная способность технологии оборотного водоснабжения достаточно велика (т.е. данное ограничение не является сдерживающим ни в какой момент времени).

Согласно утверждению 4 поверхностные воды не будут эксплуатироваться до тех пор, пока не будет исчерпан запас подземных вод. При этом согласно утверждениям 2 и 3 потребности в воде будут удовлетворены за счет истощения подземных вод и их повторного использования с помощью технологии оборотного водоснабжения. Обозначим момент истощения подземных вод через \tilde{T} . Тогда на интервале от 0 до \tilde{T} согласно утверждению 5 имеем $z_t = g_t(1 - \alpha) / \alpha$ и $x_t = g_t / \alpha$. При этом из условий (1) и (3) находим, что $u'(x_t) = \alpha c_g + (1 - \alpha)c_z + \alpha \lambda e^{rt}$. Тогда на рассматриваемом интервале приведенная оценка единицы запаса отработанной воды составит $\phi_t = \lambda + (c_g - c_z)e^{-rt}$. Из условия полного истощения запаса подземных вод к моменту \tilde{T} получим $\int_0^{\tilde{T}} (g_t - \bar{g}) dt = \int_0^{\tilde{T}} (\alpha x_t - \bar{g}) dt = S_0$.

Далее потребности в воде будут удовлетворяться за счет пополнения запаса подземных вод, технологии оборотного водоснабжения и поверхностных вод: $z_t = [(1 - \alpha) / \alpha](\bar{g} + l)$, $x_t = (\bar{g} + l) / \alpha$, причем $u'(x_t) = c_z + \alpha \phi_t e^{rt}$ и $u'(x_t) = c_l - \phi_t(1 - \alpha)e^{rt}$, откуда заключаем, что $\phi_t = (c_l - c_z)e^{-rt}$ и $u'(x_t) = \alpha c_l + (1 - \alpha)c_z$. Соответствующая траектория предельной полезности водопотребления изображена на рис. 1.

В рассмотренном случае отработанные воды вновь непрерывно утилизируются, т.е. в данном случае отсутствует потребность в мощности хранения отработанных вод (на оптимальной траектории $Z_t = 0$ для любого t в силу утверждения 5).

Наблюдаемый в данном случае эффект совместного использо-

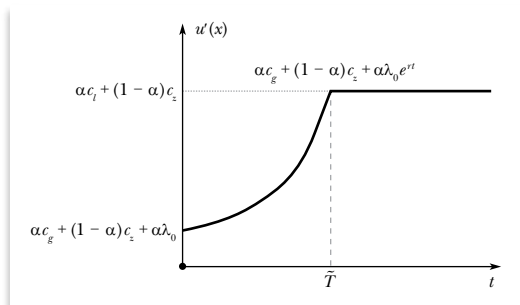


Рис. 1

Предельная выгода водопотребления при высокой пропускной способности

вания дорогого и дешевого ресурса объясняется тем, что отсутствует запас более дешевого ресурса. В этом смысле можно провести некую аналогию между нашими результатами и выводами, полученными в работе (Swierzbinski, Mendelsohn, 1989). В этой модели более дешевый ресурс мог появиться в результате геологоразведочной деятельности, и сразу после открытия этих запасов мгновенно разрабатывались все месторождения, где предельные издержки добычи ниже, чем издержки текущих месторождений, из которых идет добыча. Отличие нашей модели заключается в том, что появление более дешевого ресурса становится побочным продуктом использования дорогого ресурса, а не результатом другой деятельности, каковой в модели Swierzbinski–Mendelsohn является геологоразведка.

4. Случай низкой пропускной способности технологии

Как мы видели при анализе предыдущей ситуации, объем воды, проходящей в каждый момент времени через систему оборотного водоснабжения, пропорционален совокупному водозабору из природных источников, и водозабор снижается по мере приближения к стационарному состоянию. Это означает, что если ограничение на интенсивность использования технологии оборотного водоснабжения оказывается сдерживающим на каком-то интервале, то это может быть только в начальный интервал времени. Далее будем предполагать, что интенсивность оборотного водоснабжения достаточна для обеспечения стационарного состояния, т.е. $\bar{z} > (1 - \alpha)(\bar{g} + l) / \alpha$, где $u'((\bar{g} + l) / \alpha) = \alpha c_l + (1 - \alpha)c_z$.

Итак, при $\bar{z} > (1 - \alpha)(\bar{g} + l) / \alpha$ на начальном интервале потребности в воде удовлетворяются с помощью подземных вод и технологии оборотного водоснабжения, причем $S_t > 0$ и $Z_t > 0$. Из условия (1) находим $u'(x_t) = c_g + (\lambda - \phi(1 - \alpha))e^{\sigma t}$. Далее возможны две ситуации: 1) когда при наличии запаса отработанных вод, начиная с некоторого момента, мощности технологии оборотного водоснабжения достаточны для обеспечения потребностей в воде, т.е. $u'(\bar{z}) < \alpha c_l + (1 - \alpha)c_z$; 2) когда мощности оказываются малы для полного обеспечения потребностей ($u'(\bar{z}) > \alpha c_l + (1 - \alpha)c_z$).

Начнем анализ с первого случая. Пусть в момент T_1 предельная полезность достигает уровня $u'(\bar{z}) < \alpha c_l + (1 - \alpha)c_z$. Тогда, не дожидаясь полного исчерпания подземных вод, в момент T_1 мы переходим на технологию оборотного водоснабжения и до момента T_2 (когда накопленный запас отработанных вод оказывается полностью израсходованным) будем расходовать только отработанные воды. Тогда $\int_0^{T_1} ((1 - \alpha)x_t - \bar{z}) dt = \bar{z}(T_2 - T_1)$, так как на отрезке от T_1 до T_2 водопотребление остается неизменным и равным \bar{z} .

После момента T_2 будут снова использоваться подземные воды и повторная переработка воды. Ограничение на интенсивность эксплуатации технологии оборотного водоснабжения более не является сдерживающим фактором, а потому далее мы возвращаемся к рас-

смотренному выше случаю неэффективного ограничения. Обозначив, как и ранее, момент истощения подземных вод через \tilde{T} , найдем, что на отрезке от T_2 до \tilde{T} имеем $u'(x_t) = \alpha c_g + (1 - \alpha)c_z + \alpha \lambda e^{rt}$, причем $\int_0^{T_2} (g_t - \bar{g}) dt = \int_0^{T_1} (x_t - \bar{z}) dt + \int_{T_1}^{T_2} \alpha x_t dt - \bar{g} T_2 = S_0$. Наконец, после истощения подземных вод, как показано на рис. 2, экономика приходит в стационарное состояние, где $\bar{z} = (1 - \alpha)(\bar{g} + l) / \alpha$, $x_t = (\bar{g} + l) / \alpha$ и $u'(x_t) = \alpha c_l + (1 - \alpha)c_z$.

Полученная траектория демонстрирует не совсем обычную последовательность использования ресурсов. Помимо совместного расходования дорогого и дешевого ресурса мы также наблюдаем прекращение потребления подземных вод в момент T_1 с последующим возвратом к их эксплуатации в будущем.

Отметим, что похожий результат, а именно возможность возврата к ресурсу, добыча которого ранее была прекращена, был получен в работе (Chakravorty, Magné, Moreaux, 2006). Однако за похожей динамикой траекторий скрываются разные причины. В модели Chakravorty рассматривается замещение между истощаемым ресурсом, потребление которого сопровождается отрицательным внешним эффектом, и неисощаемым чистым ресурсом-заменителем. Временный отказ от использования истощаемого ресурса в этом случае вызван необходимостью удовлетворять экологическим стандартам. Поскольку в работе предполагается, что со временем часть загрязнения абсорбируется внешней средой, то в будущем происходит возврат к более дешевому, но менее экологичному истощаемому ресурсу.

В нашей работе речь идет о замещении двух истощаемых ресурсов. Кроме того, мы наблюдаем временный отказ от потребления более дорогого ресурса с последующим возвратом к нему в силу исчерпания запаса более дешевого ресурса. В данном случае переключение в момент T_1 с совместного использования ресурсов на дешевый ресурс вызвано снижением уровня водопотребления до уровня, позволяющего полностью удовлетворять потребности за счет дешевого ресурса.

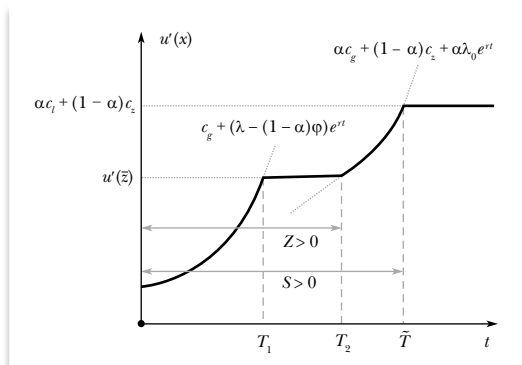


Рис. 2

Предельная выгода водопотребления при низкой пропускной способности технологии

Если $u'(\bar{z}) > \alpha c_l + (1 - \alpha)c_z$, то горизонтальный участок пропадает, так как пропускной способности технологии оборотного водоснабжения оказывается недостаточно для покрытия всех потребностей в воде, и наряду с этой технологией мы будем продолжать выкачивать (эксплуатировать) подземные воды. При этом выведенные выше характеристики эффективной траектории остаются в силе за исключением того, что $T_2 = T_1$.

5. Децентрализация

Рассмотрим вопрос о том, можно ли децентрализовать полученное решение, т.е. можно ли найти такие тарифы на воду для агента, имеющего технологию оборотного водоснабжения, при которых агент будет заинтересован в эффективной эксплуатации этой системы. Задача агента примет вид:

$$\begin{aligned} \max_{y_t, z_t, \geq 0} \int_0^{\infty} (u(y_t + z_t) - p_t y_t - c_z z_t) e^{-rt} dt, \\ \dot{Z}_t = (1 - \alpha)(y_t + z_t) - z_t, \\ 0 \leq z_t \leq \bar{z}. \end{aligned}$$

Обозначим через μ_t сопряженную функцию, отражающую теневую оценку запаса отработанных вод, и запишем гамильтониан в терминах приведенной стоимости:

$$H_t = (u(y_t + z_t) - p_t y_t - c_z z_t) e^{-rt} + \phi_t ((1 - \alpha)y_t - \alpha z_t).$$

Обозначим совокупное потребление воды через $x_t \equiv y_t + z_t$. Дифференцируя гамильтониан по объемам водозабора и запасу подземных вод, получим следующие условия первого порядка:

$$u'(x_t) \begin{cases} \leq p_t - \phi_t (1 - \alpha) e^{rt}, & \text{если } y_t \leq 0, \\ = p_t - \phi_t (1 - \alpha) e^{rt}, & \text{если } y_t > 0, \end{cases} \quad (8)$$

$$u'(x_t) \begin{cases} \leq c_z + \alpha \phi_t e^{rt}, & \text{если } z_t = 0, \\ = c_z + \alpha \phi_t e^{rt}, & \text{если } \bar{z} > z_t > 0, \\ \geq c_z + \alpha \phi_t e^{rt}, & \text{если } z_t = \bar{z}, \end{cases} \quad (9)$$

$$\dot{\phi}_t = \begin{cases} = 0, & \text{если } 0 < Z_t, \\ \leq 0, & \text{если } Z_t = \bar{Z}, \end{cases} \quad (10)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \phi_t Z_t = 0. \quad (11)$$

Установим тарифы p_t , равные эффективным значениям предельной выгоды общества, от последней единицы воды, забранной из природного источника. Забранная из природного источника вода помимо предельной полезности от водопотребления имеет дополнительную ценность, поскольку пополняет запас отработанных вод. Поэтому предельная выгода общества вычисляется по формуле $u'(x_t) + (1 - \alpha)\phi_t e^{rt}$, в которой последнее слагаемое отражает общественную ценность оставшейся после использования воды. Таким образом, тарифы рассчитываются по формуле:

$$p_t = \begin{cases} c_g + \lambda_t e^{rt}, & t \in [0, \tilde{T}], \\ c_l, & t \geq \tilde{T}, \end{cases}$$

где $\lambda_t = \lambda$ при $S_t > 0$, $\dot{\lambda}_t \leq 0$ при $S_t = 0$, $\dot{S}_t = \bar{g} - (1 - \alpha)g_t$ и $\lim_{t \rightarrow \infty} \lambda_t S_t = 0$. При этих условиях соотношения (8)–(11) с учетом ограничений задачи влекут условия первого порядка (1)–(7) для задачи на поиск эффек-

тивной траектории. Таким образом, указанные выше тарифы позволяют децентрализовать эффективное распределение.

6. Сравнение со случаем отсутствия технологии оборотного водоснабжения

В работе (Фридман, 2009) был получен эффективный тариф для случая отсутствия в модели технологии оборотного водоснабжения. Однако в этой модели явным образом не присутствовали издержки очистки сточных вод до нормативного уровня. Если соответствующие предельные издержки постоянны, то это обстоятельство несложно учесть, включив издержки в предельные издержки водопотребления. Действительно, если обозначить предельные издержки очистки сточных вод через c_s , то задача выбора эффективной траектории (при отсутствии оборотного водоснабжения) примет вид:

$$\max_{l_t, g_t, \geq 0} \int_0^{\infty} (u(g_t + l_t) - c_g g_t - c_l l_t - c_s (1 - \alpha)(g_t + l_t)) e^{-rt} dt,$$

$$\dot{S}_t = \bar{g} - \alpha g_t,$$

$$S_t \geq 0, \quad S_0 - \text{задано},$$

что можно эквивалентным образом переписать:

$$\max_{l_t, g_t, \geq 0} \int_0^{\infty} (u(g_t + l_t) - \hat{c}_g g_t - \hat{c}_l l_t) e^{-rt} dt,$$

$$\dot{S}_t = \bar{g} - \alpha g_t,$$

$$S_t \geq 0, \quad S_0 - \text{задано},$$

где $\hat{c}_g \equiv c_g + c_s (1 - \alpha)$ и $\hat{c}_l \equiv c_l + c_s (1 - \alpha)$. Тогда эффективный тариф определяется в соответствии с предельной полезностью водопотребления, т.е.

$$p_t = \begin{cases} \hat{c}_g + \alpha \lambda e^{rt}, & t \in [0, T], \\ \hat{c}_l, & t \geq T, \end{cases}$$

где T – момент переключения на забор поверхностных вод; α – коэффициент безвозвратного водопотребления.

При наличии технологии оборотного водоснабжения каждая единица воды, забранная из природного источника, помимо выгоды от непосредственного использования приносит и дополнительную ценность, которая состоит в остаточной ценности ресурса, так как неутраченная величина, равная $(1 - \alpha)$, может после соответствующей обработки вновь поступить на производство. Таким образом, предельная общественная выгода равна сумме предельной полезности от текущего водопотребления и ценности пополнения запаса отработанных вод. Если обозначить цену единицы забранной в момент t воды через \tilde{p}_t , то $\tilde{p}_t = u'(x_t) + (1 - \alpha)\phi_t$.

В результате (как для случая несдерживающего ограничения на интенсивность использования технологии оборотного водоснабжения, так и для сдерживающего ограничения) траектория эффективных тарифов примет вид:

$$\tilde{p}_t = \begin{cases} c_g + \tilde{\lambda} e^r, & t \in [0, \tilde{T}], \\ c_l, & t \geq \tilde{T}. \end{cases}$$

Сопоставляя эффективные тарифы, следует отметить два момента. Технологии оборотного водоснабжения, с одной стороны, позволяют сэкономить на издержках очистки сточных вод, а с другой стороны, в этом случае возвратные воды отсутствуют, т.е. коэффициент безвозвратного водопотребления становится равным единице, что повышает рентную составляющую тарифа.

Рассмотрим, к примеру, регион, где действуют два потребителя, единственным различием между которыми является наличие технологии оборотного водоснабжения у одного и отсутствие этой технологии у другого. Тогда теневая оценка подземных вод будет одинакова, т.е. $\tilde{\lambda} = \lambda$. В результате эффективный тариф для агента, применяющего оборотное водоснабжение, до достижения стационарного состояния характеризуется более низкой составляющей, связанной с предельными издержками, но более высокой рентной составляющей. Кроме того, наличие технологии оборотного водоснабжения позволяет задействовать более низкий тариф в стационарном состоянии в силу отсутствия расходов на очистку сточных вод.

7. Заключение

Мы проанализировали проблему эффективного использования природных источников водных ресурсов и технологии оборотного водоснабжения при условии, что интенсивность привлечения этой технологии ограничена ее мощностью. Поскольку использование более дешевой (по сравнению с природными источниками) технологии оборотного водоснабжения возможно лишь при наличии отработанных вод, то, как было показано в разд. 3 и 4, в этой ситуации могут быть одновременно задействованы дорогой и дешевый ресурсы, причем данный вывод не зависит от уровня мощности технологии оборотного водоснабжения.

В случае сдерживающего ограничения на интенсивность применения технологии оборотного водоснабжения возможна ситуация, при которой в некоторый момент оптимально прекратить использование подземных вод и все потребности удовлетворять лишь за счет оборотного водоснабжения, а после исчерпания запаса отработанных вод вновь вернуться к эксплуатации подземных источников.

Показано, что в данной модели следует проводить различие между предельной выгодой текущего водопотребления и выгодой от последней единицы воды, забранной из природного источника, поскольку она включает также оценку образовавшегося в результате водопользования прироста запаса отработанных вод. Таким образом, эффективные тарифы на воду должны отражать предельную общественную выгоду, а потому окажутся выше предельной полезности

текущего водопотребления. Установление построенных таким образом тарифов позволяет децентрализовать траекторию эффективного потребления.

Проведенный анализ сравнительной статистики для двух потребителей, различающихся лишь наличием технологии оборотного водоснабжения, свидетельствует о том, что тарифы для этих агентов будут иными как в терминах предельных издержек, так и в терминах рентной составляющей. При наличии оборотного водоснабжения отсутствуют сточные воды, а потому предельные издержки уменьшаются. Отсутствие сточных вод означает, что нет частичного возврата воды в природный источник, т.е. коэффициент безвозвратного водопотребления оказывается равным единице, что увеличивает рентную составляющую тарифа.

Литература

- Государственный доклад (2009): Государственный доклад о состоянии и использовании водных ресурсов Российской Федерации в 2008 г. М.: Министерство природных ресурсов и экологии РФ, НИА-Природа.
- Данилов-Данильян В.И. (2009): Водные ресурсы – стратегический фактор долгосрочного развития экономики России // *Вестник РАН*. Т. 79. № 9. С. 789–798.
- Иванов М. (2008). Охлаждение и очистка оборотной воды // *Коммунальный комплекс России*. Т. 48. № 6. С. 82–86.
- Пономаренко В.С., Ю.И. Арефьев (1998): Градирири промышленных и энергетических предприятий. М.: Энергоатомиздат.
- Фридман А.А. (2009): Эффективное ценообразование на водные ресурсы при неоднородности потребителей // *Экономика и мат. методы*. Т. 45. № 4. С. 3–15.
- Brill E., Hochman E., Zilberman D. (1997): Allocation and Pricing at the Water District Level // *American Journal of Agricultural Econ.* Vol. 79. № 3. P. 952–963.
- Campbell M.D. (1999): The Role of Environmental Technology in Developing, Maintaining and Protecting Ground-Water Supplies in the 21st Century. U.S. Water Report, Saringa Group, San Francisco. P. 264–271.
- Chakravorty U., Magné B., Moreaux M. (2006): A Hotelling Model With A Ceiling On The Stock Of Pollution // *Journal of Econ. Dynamics and Control*. Vol. 30. № 12. P. 2875–2904.
- Chakravorty U., Umetsu Ch. (2003): Basinwide Water Management: a Spatial Model // *Journal of Environmental Econ. and Management*. Vol. 45. № 1. P. 1–23.
- Ding Y., R.Song (2006): Effects on Non-Renewable Resource Exploitation, a Dynamic Comparative Model // *Asian Social Science*. Vol. 2. № 12. P. 36–40.
- Elnaboulsi J.C. (2009): An Incentive Water Pricing Policy for Sustainable Water Use // *Environmental Resource Econ.* Vol. 42. P. 451–469.
- Hoel M. (1978): Resource Extraction and Recycling with Environmental Costs // *Journal of Environmental Econ. and Management*. Vol. 6. P. 220–235.
- Levhari D., R.S. Pindyck (1981): The Pricing of Durable Exhaustible Resources //

The Quarterly Journal of Econ. Vol. 96. № 3. P. 365–378.

Moncur J.E., R.L. Pollock (1988): Scarcity Rents for Water: a Valuation and Pricing Model // *Land Econ.* Vol. 64. № 1. P. 62–72.

Riordan C. (1971): Multistage Marginal Cost Model of Investment-Pricing Decisions: Application to Urban Water Supply Treatment Facilities // *Water Resources Res.* Vol. 7. № 3. P. 463–478.

Schuck E., Green G. (2002): Supply-Based Water Pricing in a Conjunctive Use System: Implications for Resource and Energy Use // *Resource and Energy Econ.* Vol. 24. № 3. P. 175–192.

Swierzbinski J.E., Mendelsohn R. (1989): Exploration and Exhaustible Resources: The Microfoundations of Aggregate Models // *International Economic Rev.* Vol. 30. P. 175–186.

Zarnikau J. (1994): Spot Market Pricing of Water Resources and Efficient Means of Rationing Water Resources During Scarcity // *Resource and Energy Econ.* Vol. 16. № 3. P. 189–210.

Поступила в редакцию 02 августа 2010 года.

A.A.Friedman

State University Higher School of Economics

Water-Saving Technology and Efficient Tariffs

Dynamic model of efficient allocation of water with three sources of water supply (groundwater, surface water and the recycling technology with limited capacity) is constructed and analyzed. It is shown that in case of binding capacity constraint we can abandon the use of groundwater at some moment and then revert to it some time in future. Efficient path could be decentralized under suitable water tariffs. Comparative analyses of water tariffs for the two users that differ only in terms of the availability of recycling technology are undertaken.

Keywords: **exhaustible resources, water recycling, decentralization.**

JEL classification: Q25, Q31, Q53, C61.